

Chapitre 9. Modèle hyperbolique.....	2
9.1 Présentation du modèle hyperbolique	2
9.2 Détermination du modèle hyperbolique.....	3
9.3 Détermination du palier de rupture	3
9.4 Détermination de l'évolution de E_i en fonction de σ'_3	3
9.5 Détermination des paramètres de la droite de déchargement	4
9.6 Détermination des paramètres de la courbe déformation volumique – déformation axiale	4
9.7 Modélisation d'essais triaxiaux drainés	5

Chapitre 9. Modèle hyperbolique

9.1 Présentation du modèle hyperbolique

Le modèle élastique linéaire – parfaitement plastique présente l'inconvénient de fixer un module de Young E constant, indépendant de la déformation ε et de la contrainte moyenne p' et d'avoir le même module en chargement et déchargement alors que les essais triaxiaux drainés comportant un cycle de chargement – déchargement montrent (Fig.9.1) :

- lors du premier **chargement** une **élasticité non linéaire** ;
 - lors du **déchargement** une élasticité linéaire avec un module de déchargement E_{ur} nettement **plus élevé** que le module tangent de premier chargement E_i ;
- et d'autre part si on réalise plusieurs essais triaxiaux avec des contraintes de confinement σ'_3 croissantes on constate une **augmentation** du module E_i avec cette contrainte de confinement σ'_3 .

Pour mieux représenter les courbes déviateur q – déformation axiale ε_1 de ces essais triaxiaux Duncan et Chang (1970) ont proposé un modèle **hyperbolique** qui a été amélioré ensuite dans les programmes de calculs comme Plaxis, par exemple. Kondner a d'abord utilisé (1963) la loi hyperbolique suivante :

$$q = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{q_a}} \quad (9.1)$$

Avec E_i : module tangent du premier chargement,

q_a : valeur asymptotique horizontale du déviateur

Donc, quand ε_1 tend vers l'infini, le déviateur q tend vers la valeur asymptotique du déviateur ultime q_a et quand ε_1 tend vers 0, $dq/d\varepsilon_1$ tend vers E_i , module tangent (Fig.9.1).

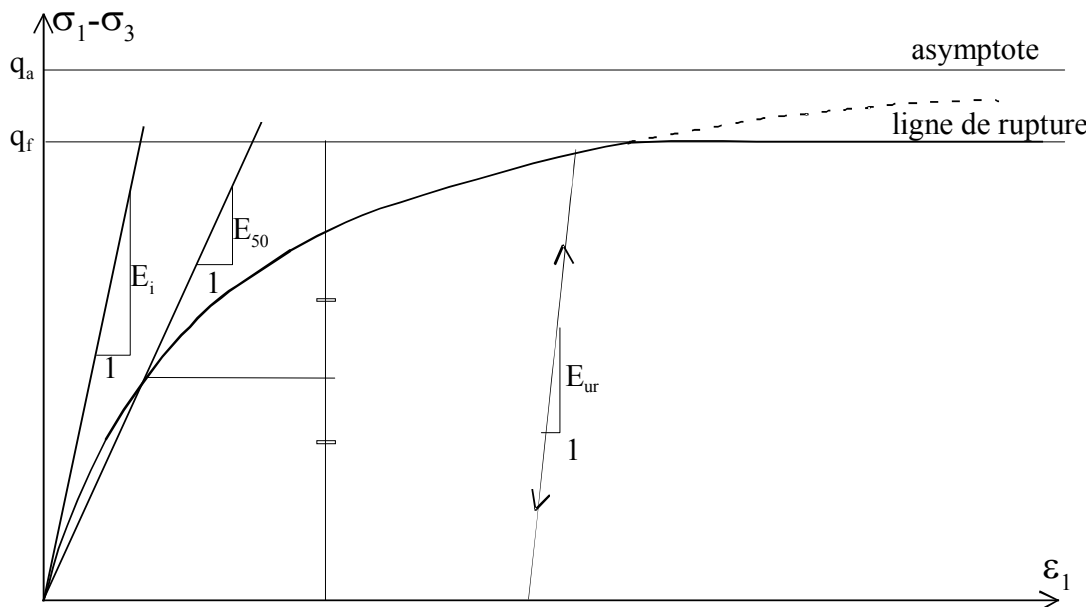


Fig.9.1 Relation entre la contrainte et la déformation dans le modèle hyperbolique

Elle a ensuite été complétée par Duncan et Chang qui ont exprimé que le module tangent augmente avec la contrainte σ'_3 .

$$E_i = k p_a \left(\frac{\sigma'_3}{p_a} \right)^m \quad (9.2)$$

où k et m sont des paramètres déterminés à partir d'essais triaxiaux drainés et p_a est la pression de référence, généralement la pression atmosphérique ; k dépend de la nature du sol et de sa compacité. Pour un sable m est de l'ordre de 0,5, pour une argile m est voisin de 1. Le palier de rupture q_f est déterminé par le critère de Mohr-Coulomb (7.31), il tronque la courbe déviateur-déformation hyperbolique (Fig.9.1). R_f est le rapport q_f / q_a ; généralement il est compris entre 0,8 et 0,9.

9.2 Détermination du modèle hyperbolique

Classiquement dans le cas d'un modèle hyperbolique on trace la droite ε_1 / q en fonction de ε_1 .

$$\frac{\varepsilon_1}{q} = \frac{1}{q_a} \varepsilon_1 + \frac{1}{E_i}$$

L'ordonnée à l'origine détermine $1/E_i$ et la pente de la droite permet de calculer $1/q_a$. On détermine généralement E_{50} , module sécant correspondant au déviateur $q_f/2$ (Fig. 9.1). En écrivant :

$$\frac{\varepsilon_{50}}{q} = \frac{1}{q_a} \varepsilon_{50} + \frac{1}{E_i}$$

et $R_f = q_f / q_a$

On en déduit : $E_{50} = E_i (1 - R_f / 2)$

9.3 Détermination du palier de rupture

On détermine φ' et C' , dans les axes de Mohr (7.32), dans les axes de Cambridge (7.34) ou dans les axes de Lambe (7.35 et 7.36). La valeur de q_f est donnée par (7.31).

$$q_f = (\sigma'_1 - \sigma'_3) = 2 \cos \varphi' + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \varphi'$$

On en déduit $R_f = q_f / q_a$

9.4 Détermination de l'évolution de E_i en fonction de σ'_3

On détermine k et m en écrivant (9.2) en coordonnées logarithmiques :

$$\log (E_i / p_a) = \log k + m \log (\sigma'_3 / p_a)$$

9.5 Détermination des paramètres de la droite de déchargement

On considère qu'on est en élasticité linéaire, on détermine donc E_{ur} , et v_{ur} d'après (7.37) et (7.38). Comme E_i , E_{ur} varie avec σ'_3 .

$$E_{ur} = k_{ur} p_a \left(\frac{\sigma'_3}{p_a} \right)^m \quad (9.3)$$

k_{ur} est comme on l'a vu nettement supérieur à k , d'autant que le sol est lâche ou peu compact. Pour des sables lâches il peut être 3 fois plus grands, pour des sables très compacts il peut être supérieur de 20%.

Un « ordre de grandeur » souvent utilisé est $k_{ur} = 3 k_{50}$.

9.6 Détermination des paramètres de la courbe déformation volumique – déformation axiale

La loi hyperbolique s'adapte bien à la description de la courbe déformation volumique ε_v en fonction de la déformation axiale ε_1 pour les essais triaxiaux dans le domaine normalement consolidé, par contre dans le domaine surconsolidé l'angle de dilatance ψ doit être calculé d'après (7.39).

9.7 Modélisation d'essais triaxiaux drainés

Le même triaxial qu'en 7.3.2.2 (Fig. 7.13) a été modélisé à partir du modèle hyperbolique adapté du modèle de Duncan. Trois essais triaxiaux consolidés drainés avec mesures de la déformation volumique ont été effectués sous 3 contraintes de confinement σ'_3 de 100, 200 et 300 kPa (Arafati 1997). Les résultats présentés sur la figure 9.2 (K. Serrai 2001) montrent une bonne modélisation tant pour les courbes déviateur – déformation axiale que pour les courbes déformation volumique – déformation axiale.

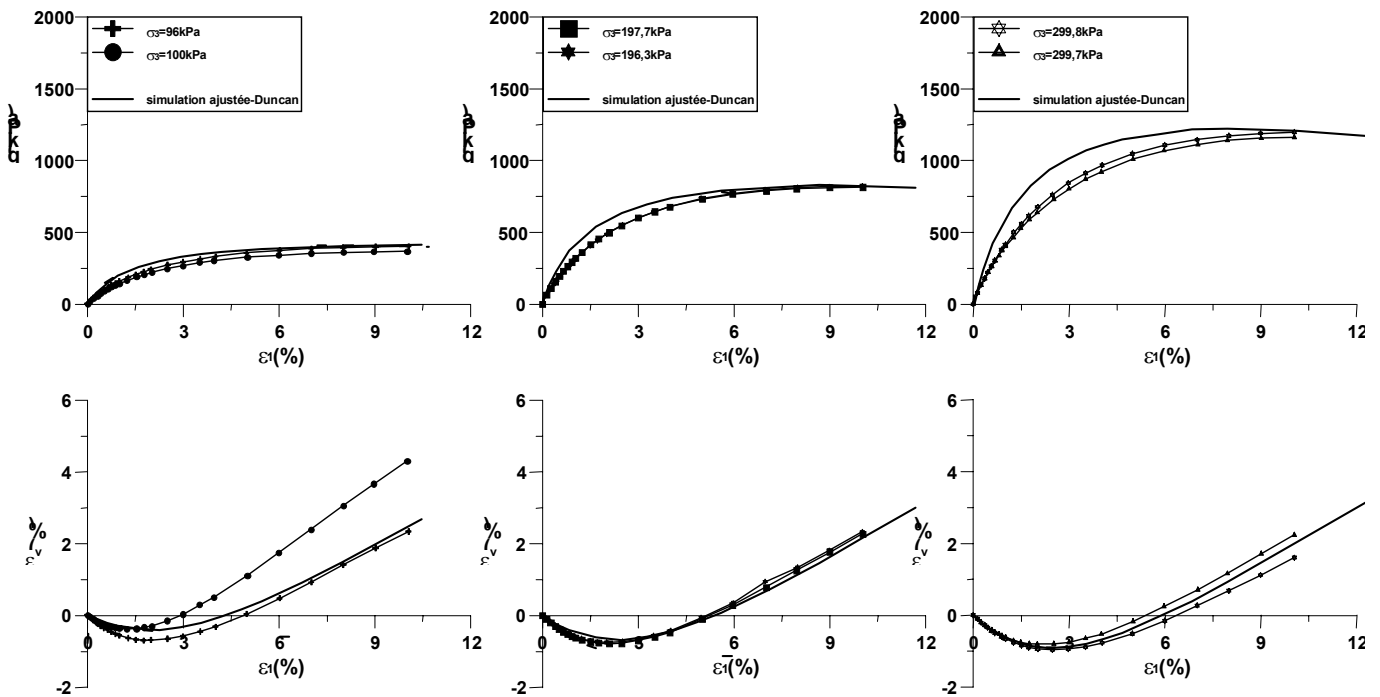


Fig.9.2 Modélisation d'essais triaxiaux drainés sur du sable (K. Serrai 2001)